

§07. Alternativtests

Problem

Zwei unterschiedliche Behauptungen (Hypothesen) sollen mit Hilfe einer Stichprobe auf ihre Richtigkeit untersucht werden.

Beispiel

Eine Firma behauptet, 20% der von ihr hergestellten Gummibärchen seien rot, während der Verbraucherschutz behauptet, es seien nur 10% rot. Die Behauptung der Firma soll akzeptiert werden, wenn sich unter 20 Gummibärchen mindestens 3 rote befinden.

Lösung

- ① Bestimme die Stichprobenlänge n und formuliere die Hypothesen

$$n = 20$$

$$\begin{aligned} H_0: p &= 0,2 \\ H_1: p &= 0,1 \end{aligned}$$

Man entscheidet sich für H_0 , wenn die Anzahl der roten Gummibärchen in einem bestimmten Intervall liegt, dem Annahmebereich A der Hypothese H_0 . Analog verfährt man auch mit H_1 . \bar{A} heißt *Ablehnungsbereich* oder *kritischer Bereich* von H_0 .

- ② Gib A und \bar{A} an (in Aufg. vorgegeben)

$$n = 20$$

$$\begin{aligned} H_0: p &= 0,2 & A &= \{3; 4; 5; \dots; 20\} \\ H_1: p &= 0,1 & \bar{A} &= \{0; 1; 2\} \end{aligned}$$

Nun können zwei Fehler auftreten:

1. Man entscheidet sich für H_1 , obwohl H_0 zutrifft (Fehler 1. Art).
2. Man entscheidet sich für H_0 , obwohl H_1 zutrifft (Fehler 2. Art).

- ③ Berechne nun je nach Aufgabenstellung die Wahrscheinlichkeiten für die beiden Fehler (Irrtumswahrscheinlichkeiten)

$$\text{Fehler 1. Art: } P_{0,2}^{20}(Z \leq 2) = \sum_{i=0}^2 B(20; 0,2; i) = 20,6\%$$

$$\text{Fehler 2. Art: } P_{0,1}^{20}(Z \geq 3) = 1 - P_{0,1}^{20}(Z \leq 2) = 1 - \sum_{i=0}^2 B(20; 0,1; i) = 1 - 0,67693 = 22,3\%$$